Prof. Dr. Alfred Toth

Reelle und imaginäre ontische Zahlen

1. Nach einem Vorschlag von Bense (1976, S. 60) kann man die Menge der Zeichenzahlen

$S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$

in einem kartesischen Koordinatensystem wie folgt darstellen

P_{td}				
3.	3.1	3.2	3.3	
2.	2.1	2.2	2.3	
1.	1.1	1.2	1.3	
	.1	.2	.3	P_{tt}

Dabei gilt also

$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x)$ für $(x.) \in P_{td}$ und $(.x) \in P_{tt}$.

Zeichenzahlen als Elemente von S unterscheiden sind also von den von Bense (1981, S. 17 ff.) auch als Primzeichen bezeichneten Zeichenzahlen als Elemente von P = (1, 2, 3), insofern die letzteren die Peanoaxiome erfüllen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), die ersteren aber nicht, sondern den doppelt positiven Quadranten eines gaußschen Zahlenfeldes bilden, wobei man somit entweder P_{td} oder P_{tt} als imaginäre Achse auffassen kann. Rein formal kann man somit für jede Zeichenzahl der Form S = <a.b> vier reell-imaginäre kartesische Produkte definieren

$\langle a.b \rangle \qquad \langle a.b_i \rangle$

$\langle a_i.b \rangle \qquad \langle a_i.b_i \rangle$.

Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2014a) gezeigt, daß wir wegen $(P_{td} \neq P_{tt})$ für jedes S = <a.b> ein Quadrupel der Form

$S_1 = [a, [b]]$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $S_4 = [b, [a]]$

mit $S_2 = S_1^{-1}$ und $S_4 = S_3^{-1}$

bekommen. Wenn wir also annehmen, daß wir die Imaginarität entweder von P_{td} oder von P_{tt} ebenfalls durch Anwendung des Einbettungsoperators E definieren dürfen, dann wird vermöge der reell-imaginären kartesischen Produkte aus dem Quadrupel ein Octupel

$S_1 = [a, [b]]$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $S_4 = [b, [a]]$

$S_5 = [a, b]$ $S_6 = [b, a]$

$S_7 = [[a], [b]]$ $S_8 = [[b], [a]]$

(mit $S_6 = S_5^{-1}$ und $S_8 = S_7^{-1}$). Wie man allerdings zeigen kann (vgl. Toth 2014b-d), sind die beiden zusätzlichen Paare S_5/ S_6 und S_7/ S_8 redundant, da das erste Paare keine Einbettung und das zweite Paar eine redundante Einbettung enthält. Daraus folgt also, daß sich die Imaginarität von P_{td} oder von P_{tt} allein durch das Paar

$S_1 = [a, [b]]$

$S_2 = [[a], b]$

sowie eines Konversionsoperators K darstellen läßt, d.h. wir können die Menge S von Zeichenzahlen durch das Tripel

$S = (S_1, S_2, K)$

definieren.

2. Zu den im folgenden zu behandelnden ontischen Strukturtypen, welche das Verhältnis von Aussen (A) und Innen (I) innerhalb der elementaren System-definition S = (A, U) im Sinne einer ontischen "Tieferlegung" typologisch erschöpfend darstellen, vgl. Toth (2014a). Im Anschluß an Toth (2014b) gehen

wir aus von der folgenden allgemeinen Definition der semiotischen Zeichenzahl als einer komplexen algebraischen Struktur

$Z = (\langle a.b \rangle, \times, *)$

mit a, b ∊ {1, 2, 3}, darin P = {1, 2, 3} wiederum die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten "Primzeichen" sind. Wir haben dann

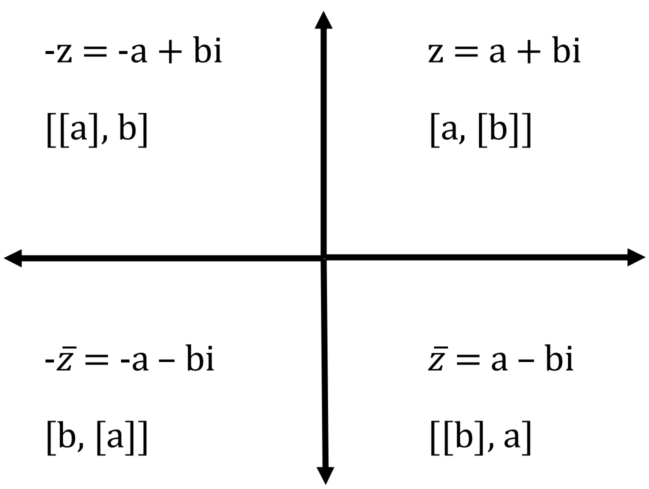
$$z = a + bi \quad \cong \quad \langle a.b_i \rangle \quad = \quad [a, [b]]$$

$$\bar{z} = a - bi \quad \cong \quad \langle a.b_i \rangle^{-1} \quad = \quad [[b], a]$$

$$-z = -a + bi \quad \cong \quad \langle a_i.b \rangle \quad = \quad [[a], b]$$

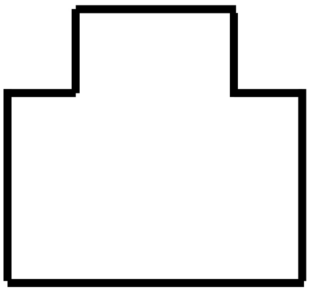
$$-\bar{z} = -a - bi \quad \cong \quad \langle a_i.b \rangle^{-1} \quad = \quad [b, [a]],$$

und man kann diese vier Typen komplexer Zeichenzahlen in einem gaußschen Zahlenfeld, das dem obigen isomorph ist, wie folgt darstellen.



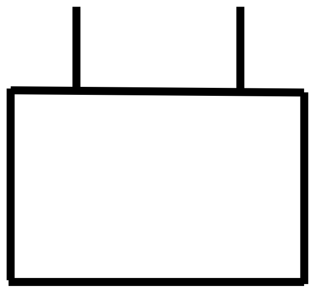
Sei nun a = A und b = I. Dann können wir aus den vier komplexen Zeichenzahlen die folgenden sechs fundamentalen ontotopologischen Strukturen konstruieren.

1.1. $\bar{z} = a - bi$



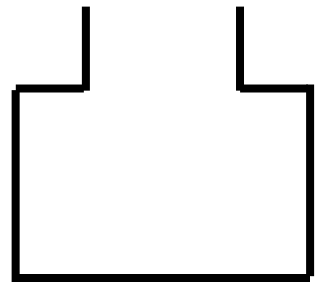
Systemexessiv
Umgebungsadessiv

1.3. $-\bar{z} = -a - bi$



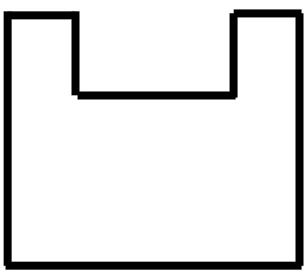
—
Umgebungsexessiv

1.5. $-\bar{z} \cup z$



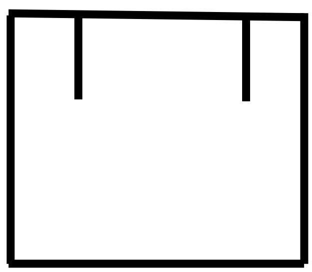
Systemexessiv
Umgebungsexessiv

1.2. $-z = -a + bi$



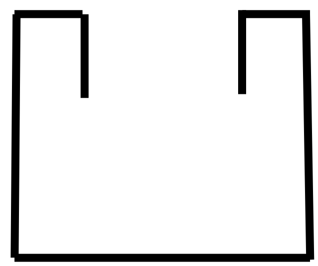
Umgebungsexessiv
Systemadessiv

1.4. $z = a + bi$



—
Systemexessiv

1.6. $z \cup -\bar{z}$



Umgebungsexessiv
Systemexessiv

Man erkennt allerdings, daß dieses ontotopolgische System unvollständig sein muß, denn

1. es sind nicht alle möglichen offenen und abgeschlossenen topologischen Räume und Teilräume vorhanden,

2. ist die chiastische Relation zwischen System und Umgebung einerseits und Exessivität und Adessivität nicht überall gegeben,

3. fehlt die lagetheoretische Teilrelation der Inessivität.

Vor allem aber müßen wir von zwei Tatsachen ausgehen:

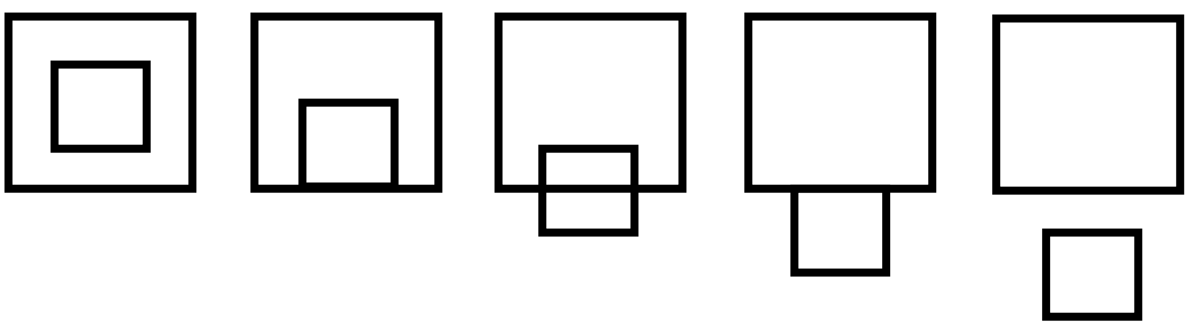
1. Die ontotopologische Basisstruktur ist ein Paar von topologischen Räumen der Form

$R = (X, Y)$,

darin X oder Y oder bei offen und abgeschlossen auftreten können. Außerdem gibt es, wenn man X und Y in allen möglichen drei Teilrelationen der ontischen Lagerelation mit der Differenz von Systemoffenheit/Umgebungsoffenheit bzw. Systemabgeschlossenheit/Umgebungsabgeschlossenheit durchspielt, 7 x 5 = 35 ontotopologische Strukturen topologischer Räume der Form $R = (X, Y)$.

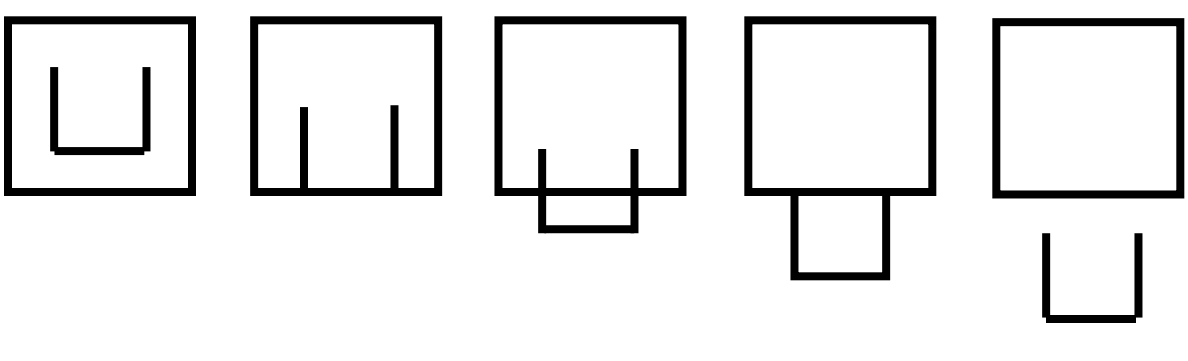
Das vollständige ontotopologische System präsentiert sich daher wie folgt (vgl. Toth 2015). Sei $Y \subset X$

2.1. X und Y sind abgeschlossen

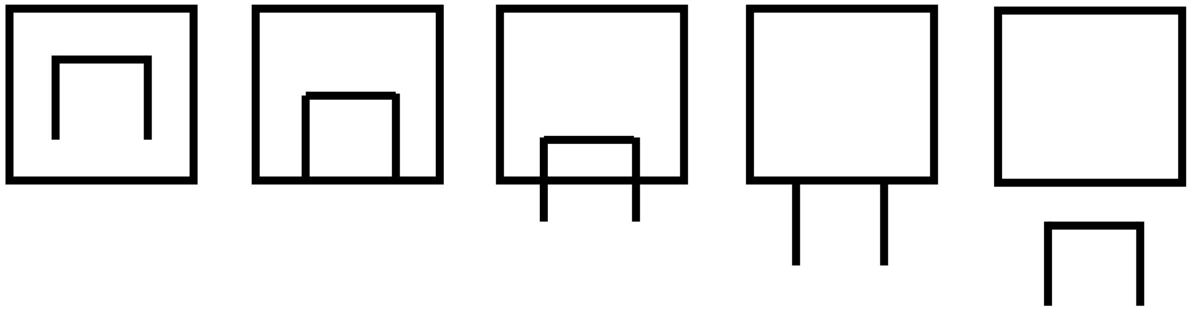


2.2. X ist abgeschlossen, Y ist offen

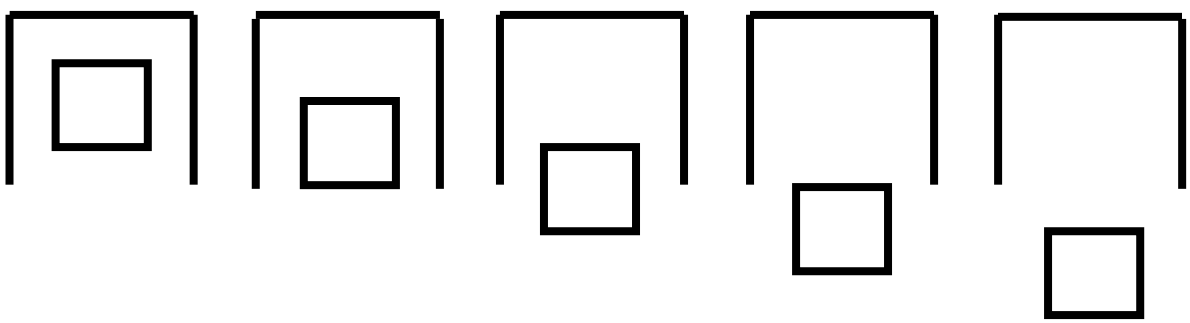
2.2.1. Y ist systemoffen



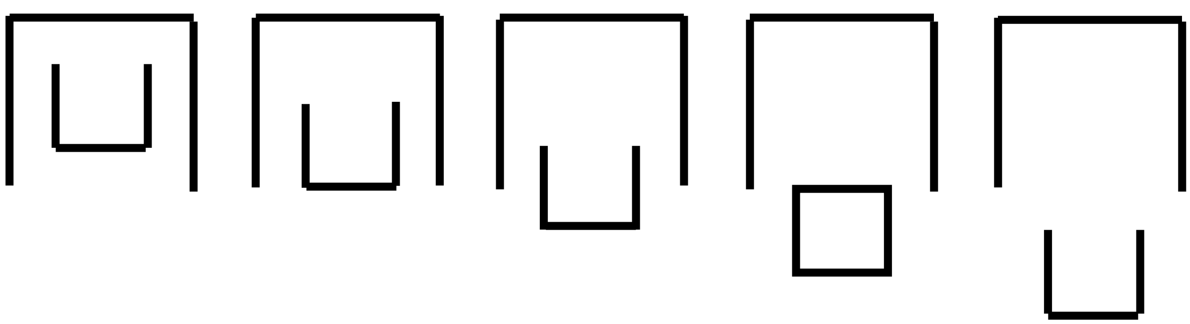
2.2.2. Y ist umgebungsoffen



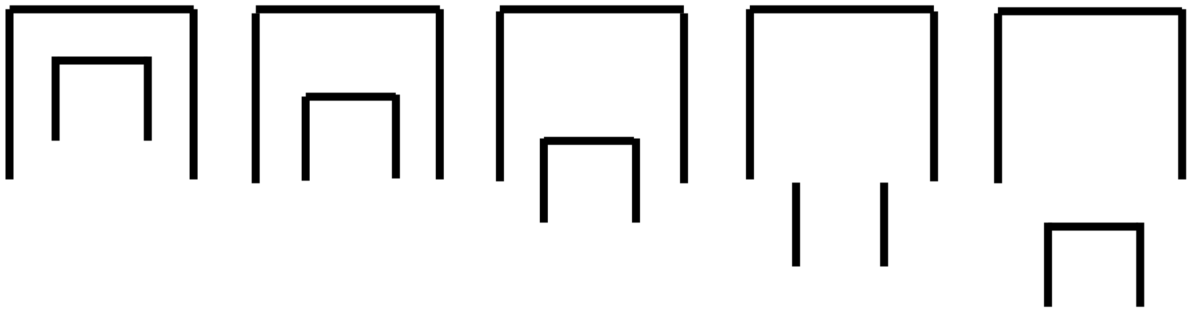
2.3. X ist offen, Y ist abgeschlossen



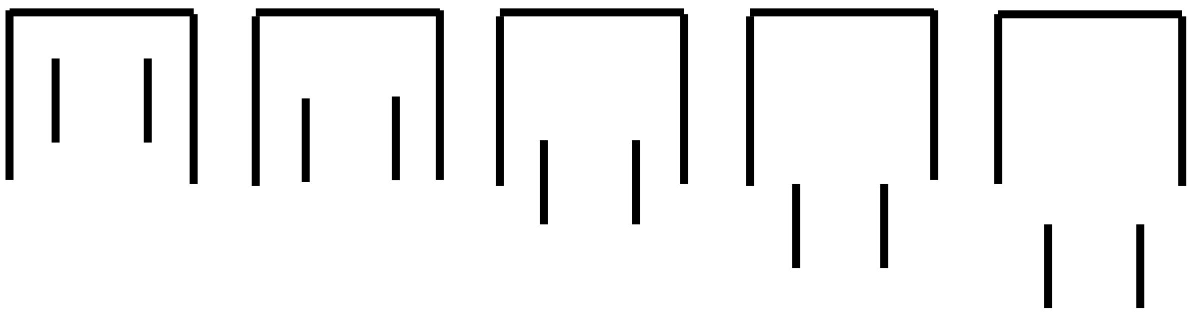
2.3.1. Y ist systemoffen



2.3.2. Y ist umgebungsoffen



2.4. X und Y sind offen



3. Die in Toth (2014e) eingeführte Unterscheidung zwischen Possession und Copossession läßt sich anhand von $R = (X, Y)$ mit $Y \subset X$ wie folgt definieren

$X = \text{poss}(Y)$

$Y = \text{coposs}(X)$,

d.h. die Relation $R' = (\text{poss}(Y), \text{coposs}(Y))$ ist isomorph derjenigen von $z = a + bi$, oder einfacher ausgedrückt, copossessive topologische Teilräume sind ontisch imaginär und possessive sind ontisch reell

$R' = (\text{poss}(Y), \text{coposs}(Y)) \cong (X = \text{reell}, Y = \text{imaginär})$.

Ferner folgt aus der Isomorphie

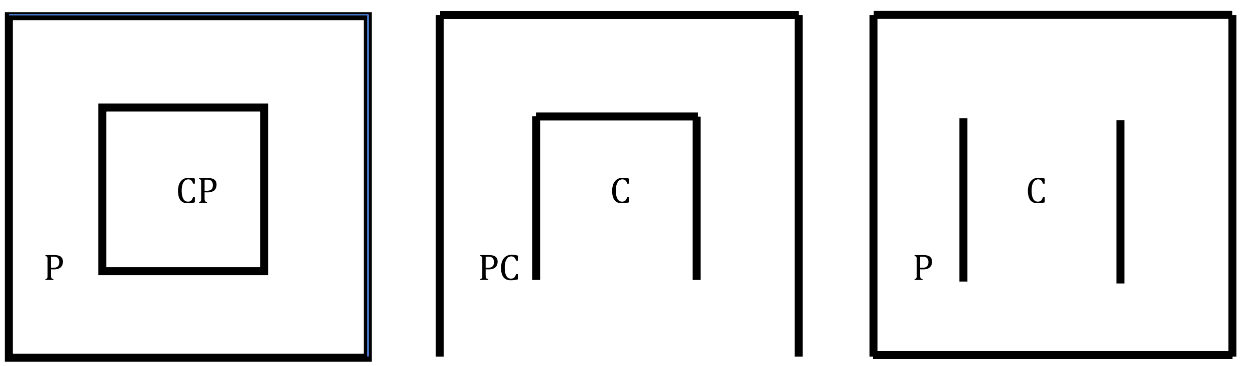
$(R = (X, Y) \text{ mit } Y \subset X) \cong z = a + bi$

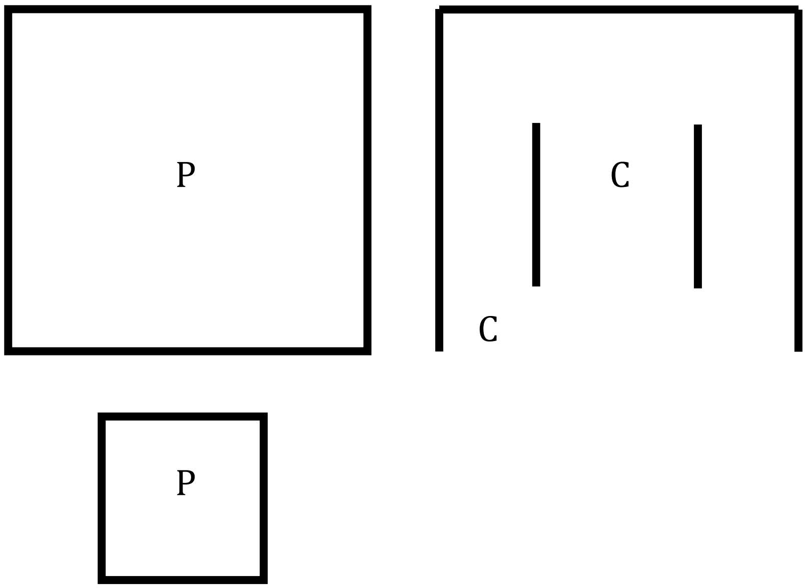
diejenige von Zeichenzahlen und ontischen Zahlen.

Damit sind also topologische Teilräume, welche offen sind, ebenfalls copossessiv. Es gibt daher in der Ontotopologie – vergleichbar mit den topologischen gleichzeitig offenen und abgeschlossenen Mengen – Teilräume, die sowohl possessiv und copossessiv sind, und dies gilt auch für die Räume, deren topologische Obermengen sie darstellen, d.h. wir haben

	X	Y
poss	poss(X)	poss(Y)
coposs	coposs(X)	coposs(Y).

Damit können wir nun die Teilsysteme des oben gegebenen vollständigen ontotopologischen Systems allein durch die ontotopologischen Strukturen sowie durch P und C definieren. So können wir also die jeweils 5 Hauptstrukturen wie folgt in Form von Venn-Diagrammen darstellen.



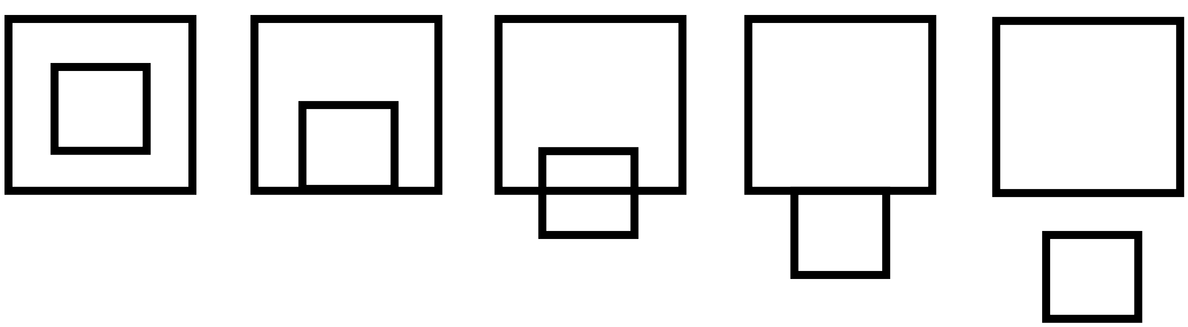


d.h. die Haupttypen sind also

R = (P, P), (P, C), (C, P), (C, C),

und da es wegen topologischer Offenheit, Abgeschlossenheit und gleichzeitiger Offenheit und Abgeschlossenheit 7 solcher 5 Typen gibt, übersteigen diese ontischen komplexen Zahlen der Form $R = (X, Y)$ mit $X \subset Y$ ihre Definierbarkeit durch die quantitativen komplexen Zahlen. Wir sind also gezwungen, sie durch P, C und mengentheoretische Operation zu definieren.

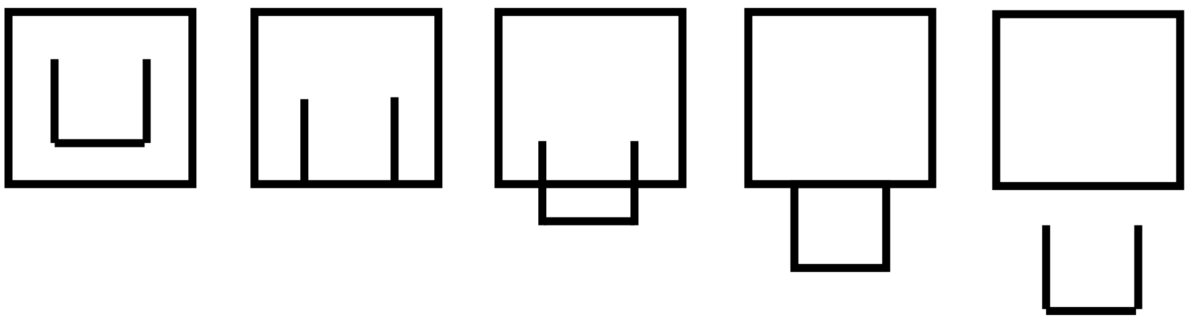
3.1. X und Y sind abgeschlossen



$CP \subset P$ $\quad$ $CP \subseteq P$ $\quad$ $CP \subset (P \cup \emptyset)$ $\quad$ $CP \cap P \neq 0$ $\quad$ $CP \cap P = 0$

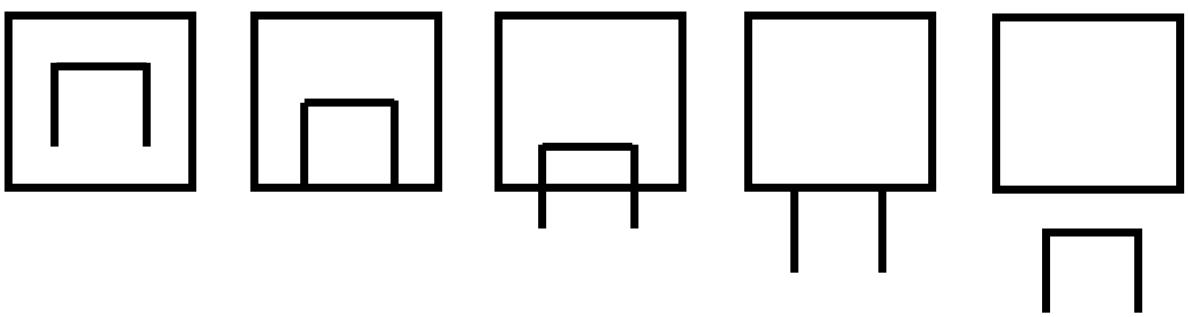
2.2. X ist abgeschlossen, Y ist offen

2.2.1. Y ist systemoffen



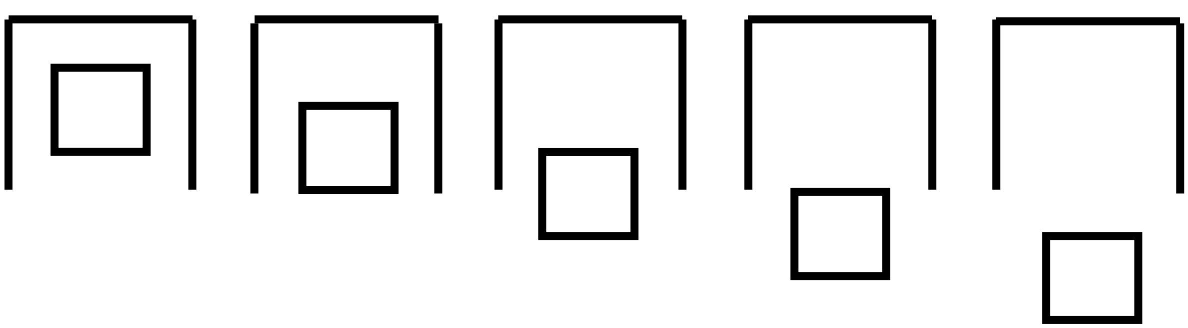
$C \subset P$ $C \subseteq P$ $C \subset (P \cup \emptyset)$ $C \cap P \neq 0$ $C \cap P = 0$

2.2.2. Y ist umgebungsoffen



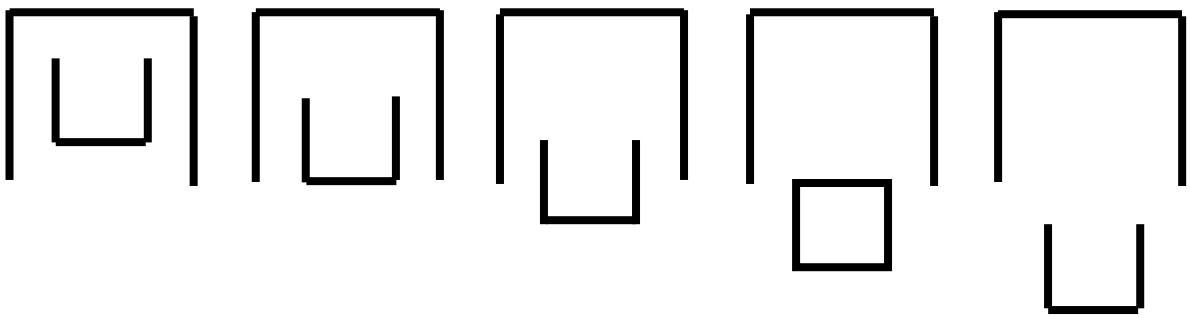
$C \subset P$ $C \subseteq P$ $C \subset (P \cup \emptyset)$ $C \cap P \neq 0$ $C \cap P = 0$

2.3. X ist offen, Y ist abgeschlossen



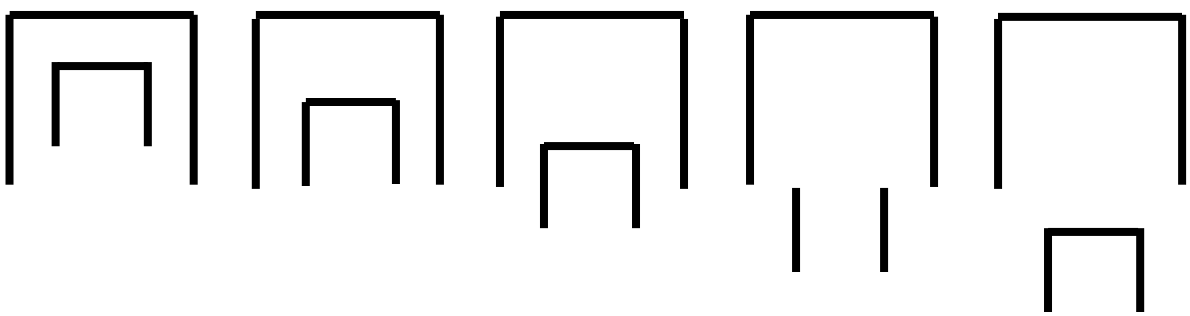
$CP \subset C$ $CP \subseteq C$ $CP \subset (C \cup \emptyset)$ $CP \cap C \neq 0$ $CP \cap C = 0$

2.3.1. Y ist systemoffen



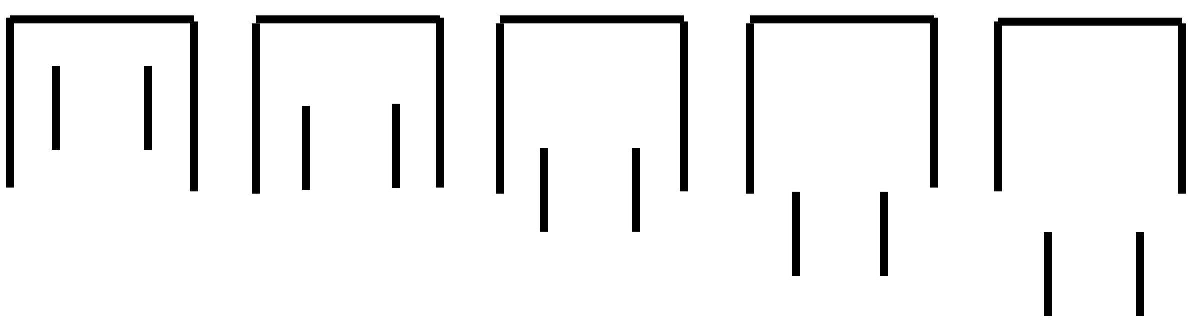
$C \subset C'$ $C \subseteq C'$ $C \subset (C' \cup \emptyset)$ $C \cap C' \neq 0$ $C \cap C' = 0$

2.3.2. Y ist umgebungsoffen



$C \subset C'$ $C \subseteq C'$ $C \subset (C' \cup \emptyset)$ $C \cap C' \neq 0$ $C \cap C' = 0$

2.4. X und Y sind offen



$C \subset C'$ $C \subseteq C'$ $C \subset (C' \cup \emptyset)$ $C \cap C' \neq 0$ $C \cap C' = 0$

Wie man also erkennt, sind die 35 ontotopologischen Strukturen relativ zu ihrer mengentheoretischen Definition mit P und C redundant, d.h. DIE ONTISCH INVARIANTEN KOMPLEXEN ONTISCHEN ZAHLEN sind

$CP \subset P$	$CP \subseteq P$	$CP \subset (P \cup \emptyset)$	$CP \cap P \neq 0$	$CP \cap P = 0$
$C \subset P$	$C \subseteq P$	$C \subset (P \cup \emptyset)$	$C \cap P \neq 0$	$C \cap P = 0$
$CP \subset C$	$CP \subseteq C$	$CP \subset (C \cup \emptyset)$	$CP \cap C \neq 0$	$CP \cap C = 0$
$C \subset C'$	$C \subseteq C'$	$C \subset (C' \cup \emptyset)$	$C \cap C' \neq 0$	$C \cap C' = 0$,

während die quantitativen komplexen Zahlen bekanntlich die folgenden sind

$z = a + bi$

$\bar{z} = a - bi$

$-z = -a + bi$

$-\bar{z} = -a - bi$.

Den 4 quantitativen komplexen Zahlen stehen also 20 qualitative komplexe Zahlen gegenüber, und zwar so, daß die ersteren eine Teilmenge der letzteren darstellen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Gerichtete Ränder und systemische Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Toth, Alfred, Systeme possessiver und copossessiver Deixis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Toth, Alfred, Ontotopologie I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

27.8.2018